E. S. C. C.

ÉCOLE SUPÉRIEURE DE COMMERCE DE COMPIÈGNE

Établissement d'enseignement supérieur technique privé

6, Avenue Thiers - 60200 Compiègne - Tél. 44 40 29 32

CONCOURS D'ADMISSION 1986

MATHEMATIQUES II

Lundi 21 Avril 1986 de 13H00 à 16H00

Toutes options :

Coefficient : 3

PROBLEME I

Un circuit comporte cinq butoirs : A, B, C, D et E marqués respectivement de : 1, 2, 3, 4 et 5 points.

On lance une bille dans le circuit.

La bille frappe au hasard un des butoirs A, B ou C.
Puis de A, elle frappe au hasard B, D, ou E.
de B, elle frappe au hasard D ou E.
de C, elle frappe E
Enfin de D ou de E la bille sort du circuit.

Une partie est constituée de trois lancers indépendants de la bille dans le circuit.

X, Y et Z sont la variables aléatoires réelles définies par :

$X = k$ au cours d'une partie la bille a frappé k fois le butoir D.

$k \in \{0, 1, 2, 3\}$

Y_i est la somme des points obtenus pour le lancer numéro i de la bille

$i \in \{1, 2, 3\}$

Z est la somme des points obtenus au cours d'une partie.
La partie est gagnée si :

$Z \geqslant 21$

On pose : $G_X(u) = \sum_{k=0}^{3} u^k \cdot P(X=k)$ $\quad u \in \mathbb{R}$

G'_X et G''_X sont les dérivées première et seconde de G_X.

(Toutes les probabilités seront présentées sous forme de fractions irréductibles)

Partie 1 :

Pour un lancer de la bille,

1°. Quelle est la probabilité pour que la bille frappe le butoir D ?

2°. Quelle est la probabilité pour que la bille frappe le butoir E ?

3°. Sachant que la bille a frappé le butoir D, quelle est la probabilité qu'elle ait frappé le butoir A ?

PARTIE 2 :

1°. Donner la loi de probabilité de X

2°. Donner l'expression de F et sa courbe représentative (F est la fonction de répartition de X définie par : $F(X) = P(X \leqslant x)$, $x \in \mathbb{R}$)

3°. Donner l'expression de $G_X(u)$.

4°. Calculer $G'_X(1)$ et $G''_X(1)$ et déduire l'espérance mathématique E(X) et la variance V(X).

PARTIE 3 :

1°. Déterminer la loi de probabilité de Y_i.

2°. Calculer $E(Y_i)$ et $V(Y_i)$.

3°. Ecrire Z en fonction des Y_i.

4°. Déterminer la loi de probabilité de Z

5°. Calculer E(Z) et V(Z).

6°. Quelle est la probabilité de gagner ?

PARTIE 4 :

On se propose de changer la marque du butoir C.

Quel nombre de points faut-il attribuer à C pourque $E(Y_i) = \frac{59}{9}$?

École Supérieure de Commerce de Compiègne
Option : toutes. Math 2
1986
page 277

PROBLEME II

Le service économique d'une société financière a établi une étude statistique sur un échantillonnage de 1 000 dossiers.

Prêts en MF.	[450-550[	[550- 650[	[650 -750[	[750-850[	[850-950[	[950-1050[	[1050-1150[	[1150-1250[	[1250-1350[	[1350-1450[
Nombre de prêts	28	42	69	123	139	184	170	135	58	52

PARTIE 1.

1°. Déterminer la médiane et la médiale de cette série statistique.

2°. Construire la courbe de Gini.

3°. Retrouver graphiquement la médiane et la médiale.

4°. Calculer l'indice de concentration.

PARTIE 2.

1°. Montrer, en utilisant la feuille de papier gausso-arithmétique, que l'on peut approcher cette distribution par une loi normale et déterminer graphiquement les paramètres m et σ .

2°. En fait, la société financière considère que le montant d'un prêt suit une loi normale de paramètres : m = 90 MF et σ = 25 MF

a) quelle est la probabilité pour que le montant d'un prêt soit au plus de 120 MF ?

b) quelle est la probabilité pour que le montant d'un prêt soit strictement inférieur à 130 MF, sachant qu'il est au moins de 85 MF.

Fonction de répartition de la loi normale réduite

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	5000	5040	5080	5120	5160	5199	5239	5279	5319	5359
0,1	5398	5438	5478	5517	5557	5596	5636	5675	5714	5753
0,2	5793	5832	5871	5910	5948	5987	6026	6064	6103	6141
0,3	6179	6217	6255	6293	6331	6368	6406	6443	6480	6517
0,4	6554	6591	6228	6664	6700	6736	6772	6808	6844	6879
0,5	6915	6950	6985	7019	7054	7088	7123	7157	7190	7224
0,6	7257	7291	7324	7357	7389	7422	7454	7486	7517	7549
0,7	7580	7611	7642	7673	7703	7734	7764	7794	7823	7852
0,8	7881	7910	7939	7967	7995	8023	8051	8078	8106	8133
0,9	8159	8186	8212	8238	8264	8289	8315	8340	8365	8389
1,0	8413	8438	8461	8485	8508	8531	8554	8577	8599	8621
1,1	8643	8665	8686	8708	8729	8749	8770	8790	8810	8830
1,2	8849	8869	8888	8907	8925	8944	8962	8980	8997	9015
1,3	9032	9049	9066	9082	9099	9115	9131	9147	9162	9177
1,4	9192	9207	9222	9236	9251	9265	9278	9292	9306	9319
1,5	9332	9345	9357	9370	9382	9394	9406	9418	9430	9441
1,6	9452	9463	9474	9484	9495	9505	9515	9525	9535	9545
1,7	9554	9564	9573	9582	9591	9599	9608	9616	9625	9633
1,8	9641	9648	9656	9664	9671	9678	9686	9693	9700	9706
1,9	9713	9719	9726	9732	9738	9744	9750	9756	9762	9767
2,0	9772	9778	9783	9788	9793	9798	9803	9808	9812	9817